



Олимпиада  
Юношеской математической школы  
2 отборочный тур  
14 октября 2023 года  
8 класс



1. Каждому из трёх мудрецов секретно сообщили по одному натуральному числу, потом на доске написали произведение этих трёх чисел.

Первый посмотрел на доску и сказал: «Теперь я знаю ваши числа, но не знаю, у кого какое».

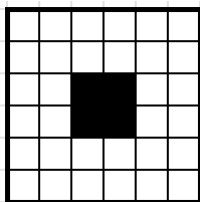
Второй ответил: «Моё число наименьшее из трёх».

Третий: «Теперь я уверен, что число первого больше моего на 10».

Докажите, что у числа, записанного на доске, всегда будет хотя бы 4 делителя.

2. Можно ли разрезать по линиям сетки прямоугольник  $6 \times 6$  с дыркой (см. рис.) на прямоугольнички так, чтобы:

- 1) прямоугольничков было хотя бы 6 штук;
- 2) у каждого из них была чётная площадь;
- 3) все прямоугольнички были различны?



3. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$ ,  $AB = BC$ . Точка  $D$  внутри угла  $ABC$  такова, что  $\angle BAD = \angle DCA$ . Докажите, что  $D$  лежит по ту же сторону от прямой, соединяющей середины  $AB$  и  $BC$ , что и  $A$ .

4. Вася взял простое число  $p$  и возвёл его в куб. Петя возвёл число  $p$  в квадрат и умножил получившееся на 2. Коля сложил результаты Пети и Васи и прибавил к сумме единицу. При этом Коля утверждает, что у него получился точный квадрат натурального числа. Докажите, что кто-то из ребят обсчитался.

5. С числом разрешается проделывать две операции — умножать на 2 или вычитать 1. При этом запрещается получать числа, в десятичной записи которых есть цифра 5. Вначале записано число 1. Может ли после некоторого числа операций получиться число, большее 100000?