



Олимпиада  
Юношеской математической школы  
II тур, 19 декабря 2021 года  
8 класс. Основная аудитория



1. Есть два различных положительных числа. Большее составляет целое число процентов от их суммы, меньшее — целое число процентов от большего. Найдите отношение этих чисел.
2. Из отрезков 51, 52, ..., 80 см составили 10 треугольников. Докажите, что среди них есть остроугольный.
3. Дан параллелограмм  $ABCD$ . На продолжении стороны  $AD$  за точку  $A$  отмечена точка  $E$ , такая что  $AE = AD$ . Пусть  $EC$  пересекает  $BD$  в точке  $M$ . Докажите, что если  $AM = MB$ , то  $AE = EB$ .
4. На дальнем гарнизоне служат 7 солдат. По уставу, каждый солдат должен стоять в карауле два дня подряд, а потом как минимум один день отдыхать. Согласно отчету начальника гарнизона, с 1 января по 4 февраля (35 дней) каждый день в карауле стояли ровно три солдата, причем все эти 35 троек были различны. Солдаты могли стоять в карауле до 1 января и после 4 февраля. Могло ли такое произойти на самом деле?



Олимпиада  
Юношеской математической школы  
II тур, 19 декабря 2021 года  
8 класс. Выводная аудитория



5. Докажите, что для любого натурального  $n > 1$  существует ребус на сложение двух чисел (в которых одинаковые цифры обозначены одинаковыми символами, а разные — разными), который имеет решение в системе счисления с основанием  $n$ , и не имеет решений ни в какой другой системе счисления.
6. На единичном отрезке  $AF$  взята произвольная точка  $B$ , затем на основаниях  $AB$  и  $BF$  в одной полуплоскости от  $AF$  построены два правильных пятиугольника  $ABCDE$  и  $BFGHI$  так, что отрезки  $CD$  и  $HI$  пересекаются в точке  $J$ . Докажите, что периметр их внешнего контура  $AFGHJDE$  не зависит от выбора точки  $B$ .
7. Васе и Пете по наследству досталось много лодочек — Пете больше, чем Васе, но каждому меньше тысячи. Тогда они решили делать лодочки и сами, Петя — по пять в день, Вася — по семь. Иногда в конце рабочего дня они вместе идут в клуб сухопутных игр, и каждый сдает туда ровно половину или ровно две трети накопившихся у него изделий (в один визит оба сдают одинаковую долю — оба половину или оба две трети). Докажите, что клуб сухопутных игр удостоится не более 12 визитов приятелей.