Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 30 января 2022 года
6 класс. Основная аудитория

1. После того, как Мэри Поппинс улетела домой, Майкл разложил 25 оставшихся зонтиков в пять коробок так, что в каждой получилось различное число зонтов. Джейн заметила, что если из любой коробки выложить часть зонтов в новую коробку, то найдутся две с одинаковым количеством зонтов. Покажите, как могли быть разложены зонты.

2. Мастер хочет сделать орган из 17 труб различной длины. Утром первого января ему привезли 17 одинаковых по длине труб. За один день он может обработать любые 13 труб, укоротив каждую их них на 1 см. Сможет ли он изготовить орган к вечеру 30 января?

3. Маргарита вырезала из бумаги семь квадратов разных размеров. Каждый из них она сложила по диагонали так, что получился треугольник. После этого она заметила, что из них можно сложить прямоугольник 6×10. Покажите, как она могла это сделать.

4. У Бегемота есть белая доска 8×8. За ход он может сделать любую доминошку целиком чёрной или целиком белой. Найдите все раскраски, которые он может получить с помощью таких действий.

Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 30 января 2022 года
6 класс. Основная аудитория

1. После того, как Мэри Поппинс улетела домой, Майкл разложил 25 оставшихся зонтиков в пять коробок так, что в каждой получилось различное число зонтов. Джейн заметила, что если из любой коробки выложить часть зонтов в новую коробку, то найдутся две с одинаковым количеством зонтов. Покажите, как могли быть разложены зонты.

2. Мастер хочет сделать орган из 17 труб различной длины. Утром первого января ему привезли 17 одинаковых по длине труб. За один день он может обработать любые 13 труб, укоротив каждую их них на 1 см. Сможет ли он изготовить орган к вечеру 30 января?

3. Маргарита вырезала из бумаги семь квадратов разных размеров. Каждый из них она сложила по диагонали так, что получился треугольник. После этого она заметила, что из них можно сложить прямоугольник 6×10. Покажите, как она могла это сделать.

4. У Бегемота есть белая доска 8×8. За ход он может сделать любую доминошку целиком чёрной или целиком белой. Найдите все раскраски, которые он может получить с помощью таких действий.

Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 30 января 2022 года
6 класс. Выводная аудитория

5. В каждой вершине куба написано натуральное число. На каждой грани куба стоит рыцарь или лжец, которые знают написанные числа (рыцари на любой вопрос отвечают правду, лжецы всегда врут). Антон не знает, какие числа в вершинах куба. Он знает, что число лжецов нечётно, но не знает их расположения. Антон спросил каждого: «Чётна ли сумма чисел в вершинах грани, на которой ты стоишь?» Антон утверждает, что он понял, сколько рыцарей на кубе. Могли ли его слова быть правдой?

6. Каждая клетка доски 11×11 покрашена в чёрный или белый цвет. Изначально в каждой клетке сидит по мыши. По свистку судьи каждая мышь переползает в соседнюю по стороне клетку. Вправо или вверх мышь может переползти, только если новая клетка того же цвета, что исходная. А влево или вниз — только если новая клетка другого цвета. Несколько мышей может оказаться в одной клетке. Всего судья дал 2022 свистка, и все мыши перемещались по указанным правилам. Докажите, что после этих свистков на доске окажется клетка, свободная от мышей.

7. Можно ли из нижнего квадратного слоя параллелепипеда $4 \times 9 \times 9$ удалить несколько кубиков, чтобы остаток резался на зигзаги из 4 кубиков?

Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур, 30 января 2022 года
6 класс. Выводная аудитория

5. В каждой вершине куба написано натуральное число. На каждой грани куба стоит рыцарь или лжец, которые знают написанные числа (рыцари на любой вопрос отвечают правду, лжецы всегда врут). Антон не знает, какие числа в вершинах куба. Он знает, что число лжецов нечётно, но не знает их расположения. Антон спросил каждого: «Чётна ли сумма чисел в вершинах грани, на которой ты стоишь?» Антон утверждает, что он понял, сколько рыцарей на кубе. Могли ли его слова быть правдой?

6. Каждая клетка доски 11×11 покрашена в чёрный или белый цвет. Изначально в каждой клетке сидит по мыши. По свистку судьи каждая мышь переползает в соседнюю по стороне клетку. Вправо или вверх мышь может переползти, только если новая клетка того же цвета, что исходная. А влево или вниз — только если новая клетка другого цвета. Несколько мышей может оказаться в одной клетке. Всего судья дал 2022 свистка, и все мыши перемещались по указанным правилам. Докажите, что после этих свистков на доске окажется клетка, свободная от мышей.

7. Можно ли из нижнего квадратного слоя параллелепипеда $4 \times 9 \times 9$ удалить несколько кубиков, чтобы остаток резался на зигзаги из 4 кубиков?