Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур. 6 декабря 2015 года
8 класс. Основная аудитория

1. Прямые, содержащие стороны некоторого четырехугольника, заданы уравнениями $y=ax+b$, $y=ax+c$, $y=dx+b$, $y=dx+c$. Найдите координаты точки пересечения диагоналей рассматриваемого четырёхугольника.

2. На 13-значном табло отображается число 1201201201201. Роботы C_3PO и R_2D_2 по очереди переставляют его цифры. За ход можно переставить две соседние цифры, но запрещается менять цифры на тех позициях, на которых их кто-то из роботов уже менял. Кроме того, 0 нельзя ставить на первое место. Тот, кто не может сделать очередной ход – проиграл. Кто выиграет при правильной игре, если начинает C_3PO?

3. Назовём пару натуральных чисел правильной, если большее число пары делится на меньшее. Существуют ли 46 различных натуральных чисел, образующих ровно 1000 правильных пар?

4. Можно ли заполнить все клетки бесконечной клетчатой плоскости различными натуральными числами так, чтобы числа в любой паре соседних по стороне клеток отличались не более чем на 2015?

Олимпиада
Юношеской математической школы
II тур. 6 декабря 2015 года
8 класс. Выводная аудитория

5. Все углы равностороннего выпуклого пятиугольника различны. Докажите, что наибольший и наименьший из них – соседние.

6. Докажите, что при любом выборе 68 различных натуральных чисел, меньших 100, среди выбранных чисел найдется такое, которое равно сумме каких-то трех других выбранных.

7. В каждой клетке доски 10×10 сидит по одному кролику. Между кроликами, находящимися в соседних по сторонам клетках, находятся перегородки, которые можно убирать. Какое наименьшее количество перегородок необходимо убрать, чтобы любой кролик смог сходить в гости к любому другому кролику, проходя по пути не более через 17 клеток (не считая начальной и конечной)?