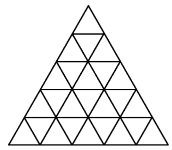
Олимпиада Юношеской математической школы
II тур. 28 ноября 2004 года
5 класс



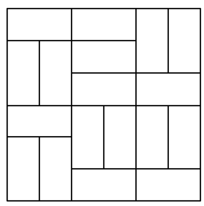
1. Закрасьте 10 треугольников на рисунке так, чтобы каждый из 25 треугольников граничил по стороне не более чем с одним закрашенным.
2. Иван, Пётр и Сидор ели конфеты. Их фамилии — Иванов, Петров, Сидоров. Иванов съел на 2 конфеты меньше Ивана, Петров — на 2 меньше Петра (Пётр съел больше всех). У кого какая фамилия?
3. Пятьдесят семь детей сидят в четырёх кабинетах с последовательными номерами. Оказалось, что если номер кабинета умножить на количество находящихся в нем детей, то во всех четырёх случаях получается один и тот же результат. Приведите пример, как могли распределиться дети по кабинетам.
4. Разрежьте по клеточкам доску 3×3 на несколько частей так, чтобы среди этих частей было как можно больше различных. (Требуется объяснить, почему на большее число различных частей разрезать нельзя.)

Олимпиада Юношеской математической школы
II тур — 28 ноября 2004 года
5 класс. Выводная аудитория

5. В магазин привезли 100 одинаковых пар ботинок, где они перемешались. Сто человек купили по два ботинка, потом 25 из них пришли с жалобой, что ботинки непарные. Докажите, что есть ещё хотя бы один покупатель, не дошедший до магазина и имеющий такую же жалобу.
6. Выпишите друг за другом четырнадцать трёхзначных чисел так, чтобы каждое число было меньше следующего за ним, но его сумма цифр была бы больше, чем у следующего за ним.
7. Два брата каждый день покупают себе по пирожному или мороженому, причём младший брат всегда берёт то, что старший брал неделю назад, а старший никогда не берёт то, что младший брал неделю назад. Какое наибольшее количество мороженых мог купить старший брат за ноябрь? (В ноябре 30 дней.)

Олимпиада Юношеской математической школы
II тур. 28 ноября 2004 года
6 класс

1. Числа от 1 до 9 разбейте на четыре группы (в группе может быть одно или более чисел) так, чтобы в каждой следующей группе сумма была в 2 раза больше, чем в предыдущей.
2. Туземцы с именами АУ, ИА, ИО и УО умеют писать только буквы своих имён. Они начертали на камне — УИОАУУ, причем никто не написал ни две соседние, ни две стоящие через одну буквы в этом ряду. Определите, какую из букв кто написал?



3. На острове есть город лжецов, жители которого всегда лгут, город рыцарей, жители которого всегда говорят правду и село хитрецов, жители которого иногда говорят правду, а иногда лгут. Как-то встретились трое островитян и один сказал двум другим: “Вы из одного города”. Второй сказал тоже самое, а третий сказал: “Вы из разных городов”. Докажите, что среди них есть селянин.
4. Разрежьте приведённую картинку на четыре равные фигуры, повредив при этом как можно меньше доминошек.

Олимпиада Юношеской математической школы
II тур — 28 ноября 2004 года
6 класс. Выводная аудитория

5. Выпишите друг за другом четырнадцать трёхзначных чисел так, чтобы каждое число было меньше следующего за ним, но его сумма цифр была бы больше, чем у следующего за ним.
6. Перед Надей и Ингой лежит две кучи по 100 конфет. Они по очереди (начинает Надя) берут из них конфеты. Причём Надя может из любой кучки взять 4 или 5 конфет, а Инга — 5 конфет (в сумме) из двух кучек. Проиграет та девочка, которая не сможет забрать очередную порцию конфет. Кто сможет обеспечить себе победу и как для этого она должна играть?
7. На столе лежит 99 монет. За ход можно перевернуть любые две, находящиеся в одинаковом положении (две решки или два орла). Могло ли случиться, что к какому-то моменту любую пару монеток переворачивали ровно один раз?

Олимпиада Юношеской математической школы
II тур. 28 ноября 2004 года
Олимпиада победителей олимпиад

1. Два брата каждый день покупают себе каждый по пирожному или мороженому, причём младший брат всегда берёт то, что старший брал неделю назад, а старший никогда не берёт то, что младший брал неделю назад. Сколько мороженых мог съесть старший брат за ноябрь? Приведите все возможные варианты.
2. Перед Надей и Ингой лежит две кучи по 100 конфет. Они по очереди (начинает Надя) берут из них конфеты. Причём Надя может из любой кучки взять 4 или 5 конфет, а Инга — 5 конфет (в сумме) из двух кучек. Проиграет та девочка, которая не сможет забрать очередную порцию конфет. Кто сможет обеспечить себе победу и как для этого она должна играть?
3. В стране 2000 городов, и в каждом живёт по королю. Города соединены дорогами так, что из любого города в любой можно проехать по этим дорогам. Докажите, что короли могут совершить переезд, проехав по одной или двум дорогам каждый (но только не туда-обратно) так, чтобы и после переезда в каждом городе находилось по королю.
4. Из клетчатых прямоугольничков со стороной три составили прямоугольник 99×64. Докажите, что среди прямоугольничков есть одинаковые.
5. На доске было написано два натуральных числа, одно из которых 101. Маша время от времени, видя на доске какие-то числа u и v, дописывала на доску число $2u - v$. К вечеру на доске появился 0. Каким могло быть второе исходное число?
6. Выпишите друг за другом четырнадцать трёхзначных чисел так, чтобы каждое число было меньше следующего за ним, но его сумма цифр была бы больше, чем у следующего за ним.
7. В классе за двадцатью партами сидят по два человека. Между каждыми двумя партами на уроке идёт переписка (в такой переписке участвует по одному человеку от парты). Может ли так случиться, что в переписке между любыми тремя партами участвует ровно четыре человека?